

**Università degli Studi di Roma Tre**  
**Corso di Laurea in Ingegneria – a.a. 2014/2015**  
**Probabilità e statistica - Tutorato 4**  
**Mario Tani**

- (1) L'impresa Grassotti deve fare un'offerta per l'appalto di un progetto. Se la Grassotti vince la gara facendo l'offerta più bassa, la compagnia ritiene di dover pagare 100000 euro a un'altra ditta per subappaltare parte del lavoro. Se l'offerta massima delle altre ditte che partecipano alla gara è (in migliaia) una variabile aleatoria uniforme su  $(70, 140)$ , quanto dovrà offrire la Grassotti per massimizzare il profitto atteso?
- (2) In una stazione, il tempo di attesa ad uno sportello è una variabile aleatoria esponenziale con media pari a 5 minuti. Sapendo di aver atteso già 4 minuti, qual è la probabilità di attendere altri 4 minuti?

- (3) Sia  $Y$  una variabile normale, tale che

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(Y \leq 0) &= \frac{1}{3} \\ \mathbb{P}(Y \leq 1) &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

Determinare media e varianza di  $Y$ .

- (4) Le variabili aleatorie  $X$  e  $Y$  hanno densità congiunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} Ce^{-y} & y \geq x \geq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

dove  $C$  è un'opportuna costante.

- (a) Dire se  $X$  e  $Y$  sono indipendenti.  
(b) Calcolare il valore atteso di  $X$  e di  $Y$ .  
(c) Calcolare  $E[X'Y']$  dove  $X' = X - 1$ ,  $Y' = Y - 1$ .
- (5) Si consideri la passeggiata aleatoria sugli interi ottenuta come segue. A ogni unità di tempo si fa un passo a destra, a sinistra o si sta fermi con probabilità  $1/3$ . Sia  $S_n$  la posizione al tempo  $n$ . Supponendo di partire in 0 al tempo 0:  
(a) Usando la disuguaglianza di Chebyshev, stimare  $\mathbb{P}(|S_{100}| \geq 10)$ .  
(b) Usando il teorema del limite centrale, dare un valore approssimato per  $\mathbb{P}(|S_{100}| \geq 10)$ .
- (6) Sia  $X$  una variabile aleatoria normale con media 12 e varianza 4. Determinare il valore di  $c$  tale che  $\mathbb{P}(X > c) = 0.10$ .
- (7) Una partita di bulloni presenta un diametro medio  $\mu$  incognito; la varianza del diametro dei bulloni è invece nota e pari a 0,01 cm. Si estrae un campione di  $n = 1000$  bulloni, sui quali si osserva un diametro medio pari a 1,2 cm. Si determini l'intervallo di confidenza per  $\mu$  avendo fissato un livello di confidenza del 99%.
- (8) Tra i pasticcini prodotti artigianalmente in una pasticceria se ne prelevano  $n = 100$ ; risulta che il loro peso medio è pari a 35 g. Si sa che lo scarto quadratico medio del peso di tutti i pasticcini prodotti dalla pasticceria è pari a 4 g.  
(a) Si trovi l'intervallo di confidenza per il peso medio di tutti i pasticcini prodotti a livello di confidenza del 98%.  
(b) Di quanto deve aumentare la numerosità campionaria se si vuole che l'ampiezza dell'intervallo si dimezzi?

- (c) Si determini quanti pasticcini occorre ancora estrarre se si vuole che lo stimatore del peso medio si discosti dal vero peso medio per meno di un grammo con probabilità del 96%